Е. Ю. Савчиц (Краснодар)

О НЕКОТОРЫХ СВОЙСТВАХ ИНТЕГРАЛЬНЫХ ПЕРИОДИЧЕСКИХ ОПЕРАТОРОВ

Исследуются свойства операторов вида $I - \widetilde{P}$, где $\widetilde{P}$ — линейный, локально компактный, нерерывный относительно локальной сходимости ω-периодический оператор, действующий в $BC^n(R^1)$ — пространстве непрерывных и ограниченных на R^1 комплекснозначных вектор-функций, $\|x\| = \sup\limits_t \|x(t)\|_{C^n}$. Показано, что такой оператор может быть представлен в виде $\widetilde{P}x = \int\limits_{-\infty}^{\infty} (d_sP(t,s))x(s)$, где $P(t,s) = \{p_{ij}(t,s)\}$ — комплекснозначная $n \times n$-матрица, имеющая при каждом t из R^1 ограниченную на R^1 вариацию и удовлетворяющая условиям:

1) $\lim\limits_{h\to 0}\mathop{V}\limits_{-\infty}^{\infty} [p_{ij}(t+h,s) - p_{ij}(t,s)] = 0,\ t \in R^1,\ i,j = \overline{1,n}$;

2) $\sup\limits_t \mathop{V}\limits_{-\infty}^{\infty} p_{ij}(t,s) < \infty,\ i,j = \overline{1,n}$; 3) $P(t+\omega, s+\omega) = P(t,s)$.

Для оператора $\widetilde{P}$ определим функцию $P(\xi)$, принимающую значения в $\mathcal{L}(C^n[0,\omega], C^n[0,\omega])$, полагая

$P(\xi) = \sum\limits_{m=-\infty}^{\infty} \xi^m \int\limits_0^{\omega} (d_sP(t, s-m\omega))x(s),\ \xi \in S^1 = \{\xi \in C^1 : |\xi| = 1\}$.

Обозначим через $\rho(P)$ множество собственных чисел функции $P(\xi)$, то есть множество таких $\xi \in S^1$, для которых оператор $I - \widetilde{P}(\xi)$ необратим, и для $\xi \in \rho(P)$ положим $\alpha(\xi) = \dim \mathrm{Ker}\,(I - P(\xi))$.

Оказывается по каждому $\xi \in \rho(P)$ можно построить $\alpha(\xi)$ линено независимых элементов из $\mathrm{Ker}(I - \widetilde{P})$ вида $\exp((-\omega^{-1}\ln\xi)t)b_j(t)$, $b_j(t+\omega) = b_j(t)$, $j = 1, 2, \ldots, \alpha(\xi)$. Обозначим через $\widetilde{E}$ замыкание линейной оболочки множества $\exp((-\omega^{-1}\ln\xi)t)b_j(t)$, $j = 1, 2, \ldots, \alpha(\xi)$, $\xi \in \rho(P)$.

Теорема 1. *Пусть множество собственных чисел $\rho(P)$ функции $P(\xi)$ не более чем счетно. Тогда $Ker(I - \widetilde{P}) = \widetilde{E}$.*

Теорема 2. *Для того чтобы оператор $I - \widetilde{P}$ был обратим в $BC^n(R^1)$, необходимо и достаточно, чтобы $\rho(P) = \emptyset$.*